



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
EBAU2021 - JULIO

OBSERVACIONES IMPORTANTES: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las cuatro primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + ay - z = 0 \\ 2x + y + az = 0 \\ x + 5y - az = a + 1 \end{cases}$$

- a) **[0,75 p.]** Determine para qué valores de a el sistema tiene solución única.
- b) **[1 p.]** Determine para qué valor de a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.
- c) **[0,75 p.]** Determine para qué valor de a el sistema no tiene solución.

2: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) **[1 p.]** Si se denota por $\text{tr}(A)$ la traza de la matriz A (es decir, la suma de los elementos de su diagonal principal) y por $|A|$ el determinante de A , compruebe que, para cualquier valor de a , se cumple la ecuación $A^2 = \text{tr}(A)A - |A|I$, donde I denota la matriz identidad de orden 2.
- b) **[0,5 p.]** Determine para qué valores de a la matriz A es regular (o inversible).
- c) **[1 p.]** Para $a = -3$, resuelva la ecuación matricial $AX - A^t = A$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A .

3: Dada la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$, se pide:

- a) **[1,5 p.]** Calcule sus extremos relativos (máximos y mínimos) y determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) **[1 p.]** Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

- 4: a) **[1,5 p.]** Calcule la integral indefinida $\int x \text{sen}(x^2) dx$ utilizando el método de cambio de variable (o método de sustitución).
- b) **[1 p.]** Determine el menor valor de $a > 0$ para el cual se cumple $\int_0^a x \text{sen}(x^2) dx = 1$.

El examen continúa por detrás



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
EBAU2021 - JULIO

5: Considere las rectas de ecuaciones

$$r: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1} \quad \text{y} \quad s: \begin{cases} x-2y = -1 \\ y+z = 1 \end{cases}$$

- a) **[0,75 p.]** Compruebe que las rectas se cortan en un punto y calcule su punto de corte.
- b) **[1 p.]** Determine el ángulo que forman las dos rectas.
- c) **[0,75 p.]** Calcule la ecuación del plano que contiene a las dos rectas.
- 6: Los puntos $A = (2,0,0)$ y $B = (-1,12,4)$ son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice C se encuentra en la recta r dada por

$$r: \begin{cases} 4x + 3z = 33 \\ y = 0 \end{cases}$$

- a) **[1,5 p.]** Calcule las coordenadas del tercer vértice C sabiendo que la recta r es perpendicular a la recta que pasa por A y C .
- b) **[1 p.]** Determine si el triángulo \widehat{ABC} tiene un ángulo recto en A y calcule su área.
- 7: Una urna contiene cinco bolas negras, numeradas del 1 al 5, y siete bolas blancas, numeradas del 1 al 7. Se saca de la urna una bola al azar. Calcule:
- a) **[0,5 p.]** La probabilidad de que la bola sea blanca.
- b) **[0,5 p.]** La probabilidad de que la bola esté numerada con un número par.
- c) **[0,5 p.]** La probabilidad de que la bola esté numerada con un número par, sabiendo que es una bola blanca.
- d) **[0,5 p.]** La probabilidad de que la bola sea blanca y esté numerada con un número par.
- e) **[0,5 p.]** La probabilidad de que la bola sea blanca, sabiendo que está numerada con un número par.

8: Juan es un estudiante bastante despistado y su tutora está cansada de que llegue tarde a clase. Él se defiende diciendo que no es para tanto y que la tutora le tiene manía. Ella le propone el siguiente trato: si en los próximos 9 días Juan llega tarde como mucho 2 días, la tutora le sube 1 punto en la nota final de la evaluación. Sabiendo que la probabilidad de que Juan llegue tarde a clase cada día es 0,45, determine:

- a) **[1 p.]** El tipo de distribución que sigue la variable aleatoria que cuenta el número de días que Juan llega tarde a clase en los próximos 9 días. ¿Cuáles son sus parámetros?
- b) **[0,5 p.]** ¿Cuál es la media y la desviación típica de esta distribución?
- c) **[1 p.]** ¿Cuál es la probabilidad de que Juan consiga la ansiada subida de 1 punto en la nota final?



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
EBAU2021 - JULIO

OBSERVACIONES IMPORTANTES: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las cuatro primeras, en el orden que haya respondido el estudiante. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + ay - z = 0 \\ 2x + y + az = 0 \\ x + 5y - az = a + 1 \end{cases}$$

- a) **[0,75 p.]** Determine para qué valores de a el sistema tiene solución única.
- b) **[1 p.]** Determine para qué valor de a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.
- c) **[0,75 p.]** Determine para qué valor de a el sistema no tiene solución.

2: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) **[1 p.]** Si se denota por $\text{tr}(A)$ la traza de la matriz A (es decir, la suma de los elementos de su diagonal principal) y por $|A|$ el determinante de A , compruebe que, para cualquier valor de a , se cumple la ecuación $A^2 = \text{tr}(A)A - |A|I$, donde I denota la matriz identidad de orden 2.
- b) **[0,5 p.]** Determine para qué valores de a la matriz A es regular (o inversible).
- c) **[1 p.]** Para $a = -3$, resuelva la ecuación matricial $AX - A^t = A$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A .

3: Dada la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$, se pide:

- a) **[1,5 p.]** Calcule sus extremos relativos (máximos y mínimos) y determine sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) **[1 p.]** Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

- 4: a) **[1,5 p.]** Calcule la integral indefinida $\int x \text{sen}(x^2) dx$ utilizando el método de cambio de variable (o método de sustitución).
- b) **[1 p.]** Determine el menor valor de $a > 0$ para el cual se cumple $\int_0^a x \text{sen}(x^2) dx = 1$.

El examen continúa por detrás

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
EBAU2021 - JULIO

5: Considere las rectas de ecuaciones

$$r: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1} \quad \text{y} \quad s: \begin{cases} x-2y = -1 \\ y+z = 1 \end{cases}$$

- a) **[0,75 p.]** Compruebe que las rectas se cortan en un punto y calcule su punto de corte.
- b) **[1 p.]** Determine el ángulo que forman las dos rectas.
- c) **[0,75 p.]** Calcule la ecuación del plano que contiene a las dos rectas.
- 6: Los puntos $A = (2,0,0)$ y $B = (-1,12,4)$ son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice C se encuentra en la recta r dada por

$$r: \begin{cases} 4x + 3z = 33 \\ y = 0 \end{cases}$$

- a) **[1,5 p.]** Calcule las coordenadas del tercer vértice C sabiendo que la recta r es perpendicular a la recta que pasa por A y C .
- b) **[1 p.]** Determine si el triángulo \widehat{ABC} tiene un ángulo recto en A y calcule su área.
- 7: Una urna contiene cinco bolas negras, numeradas del 1 al 5, y siete bolas blancas, numeradas del 1 al 7. Se saca de la urna una bola al azar. Calcule:
- a) **[0,5 p.]** La probabilidad de que la bola sea blanca.
- b) **[0,5 p.]** La probabilidad de que la bola esté numerada con un número par.
- c) **[0,5 p.]** La probabilidad de que la bola esté numerada con un número par, sabiendo que es una bola blanca.
- d) **[0,5 p.]** La probabilidad de que la bola sea blanca y esté numerada con un número par.
- e) **[0,5 p.]** La probabilidad de que la bola sea blanca, sabiendo que está numerada con un número par.

8: Juan es un estudiante bastante despistado y su tutora está cansada de que llegue tarde a clase. Él se defiende diciendo que no es para tanto y que la tutora le tiene manía. Ella le propone el siguiente trato: si en los próximos 9 días Juan llega tarde como mucho 2 días, la tutora le sube 1 punto en la nota final de la evaluación. Sabiendo que la probabilidad de que Juan llegue tarde a clase cada día es 0,45, determine:

- a) **[1 p.]** El tipo de distribución que sigue la variable aleatoria que cuenta el número de días que Juan llega tarde a clase en los próximos 9 días. ¿Cuáles son sus parámetros?
- b) **[0,5 p.]** ¿Cuál es la media y la desviación típica de esta distribución?
- c) **[1 p.]** ¿Cuál es la probabilidad de que Juan consiga la ansiada subida de 1 punto en la nota final?



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
EBAU2021 - JULIO

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

OBSERVACIONES PARTICULARES:

CUESTIÓN 1: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que el sistema tiene solución única (SCD) para todo valor de a distinto de 3 y de -1 [0,75 p.].

Apartado b) Justificación correcta y razonada de que el sistema tiene infinitas soluciones (SCI) cuando $a = -1$ [0,5 p.]. Cálculo correcto de dicha solución dependiente de un parámetro [0,5 p.].

Apartado c) Justificación correcta y razonada de que el sistema no tiene solución (SI) cuando $a = 3$ [0,75 p.].

CUESTIÓN 2: [2,5 p.]

Apartado a) Comprobación correcta y razonada de que A cumple la ecuación $A^2 = \text{tr}(A)A - |A|I$ para todo valor de a [1 p.].

Apartado b) Justificación de que A es una matriz regular si $a \neq -4$ [0,5 p.].

Apartado c) Expresión correcta de X en términos A , A^{-1} y de A^t [0,5 p.]. Cálculo correcto de la solución numérica [0,5 p.].

CUESTIÓN 3: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de la derivada de la función $f(x)$ [0,25 p.]. Cálculo correcto de los dos puntos críticos de la función (y candidatos a ser extremos) $x = 0$ y $x = 2$ [0,25 p.]. Justificación de que la función alcanza un mínimo relativo en $x = 0$ [0,25 p.] y un máximo relativo en $x = 2$ [0,25 p.]. Justificación de que la función es decreciente en $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ [0,25 p.] y creciente en $(0, 2)$ [0,25 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado del límite cuando x tiende a $-\infty$ [0,25 p.]. Cálculo correcto y justificado del límite cuando x tiende a $+\infty$, resolviendo la indeterminación $\infty \cdot 0$ [0,75 p.].



EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
206-MATEMÁTICAS II
EBAU2021 - JULIO

CUESTIÓN 4: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1,5 p.].

Apartado b) Determinación correcta del valor $a = \sqrt{\pi}$ para que la integral definida tenga el valor 1 [1 p.].

CUESTIÓN 5: [2,5 p.]

Apartado a) Comprobación correcta de que las dos rectas se cortan en un punto y cálculo del punto de corte [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto del ángulo de corte [1 p.].

Apartado c) Cálculo correcto de la ecuación del plano pedido [0,75 p.].

CUESTIÓN 6: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto y razonado de las coordenadas del vértice C [1,5 p.].

Apartado b) Justificación correcta y razonada de que el triángulo \widehat{ABC} tiene un ángulo recto en A [0,5 p.].

Cálculo correcto del área del triángulo [0,5 p.].

CUESTIÓN 7: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 p.].

Apartado c) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 p.].

Apartado d) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 p.].

Apartado e) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [0,5 p.].

CUESTIÓN 8: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación de que se trata de una distribución binomial de parámetros $n = 9$ y $p = 0,45$ [1 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de la media [0,25 p.] y de la desviación típica [0,25 p.].

Apartado c) Cálculo correcto de la probabilidad pedida [1 p.].